Centralne wzory różnicowe dla zagadnienia jednowymiarowego

		i-2	i-1	I	i+1	i+2
f^{I}	$\frac{1}{2h}$		-1	0	1	
f^{II}	$\frac{1}{2h}$		1	-2	1	
f^{III}	$\frac{1}{2h}$	-1	2	0	-2	1
f^{IV}	$\frac{1}{2h}$	1	-4	6	-4	1

$$f^{I} = \frac{1}{2h}(-v_{i-1} + v_{i+1})$$

$$f^{II} = \frac{1}{h^2}(v_{i-1} - 2v_i + v_{i+1})$$

$$f^{III} = \frac{1}{2h^3}(-v_{i-2} + 2v_{i-1} - 2v_{i+1} + v_{i+2})$$

$$f^{IV} = \frac{1}{h^4}(v_{i-2} - 4v_{i-1} + 6v_i - 4v_{i+1} + v_{i+2})$$

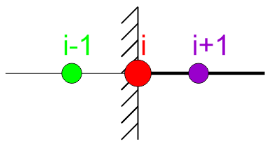
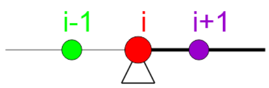
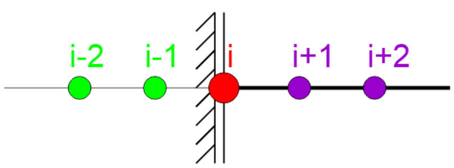
Centralne wzory różnicowe dla belki zginanej

$$\frac{d^4v(x)}{dx^4} = \frac{q(x)}{EJ} \quad \Longrightarrow \quad \frac{v_{i-2} - 4v_{i-1} + 6v_i - 4v_{i+1} + v_{i+2}}{h^4} = \frac{q}{EJ}$$

$$M(x) = -EJ\frac{d^2v(x)}{dx^2} \quad \Longrightarrow \quad \mathrm{M} = -\mathrm{EI} \cdot \frac{v_{i-1} - 2v_i + v_{i+1}}{h^2}$$

$$T(x) = -EJ\frac{d^3v(x)}{dx^3} \quad \Longrightarrow \quad T = -\mathrm{EI} \cdot \frac{-v_{i-2} + 2v_{i-1} - 2v_{i+1} + v_{i+2}}{2h^3}$$

Warunki brzegowe dla belki zginanej

	$v = 0$ $v_i = 0$	$\frac{dv}{dx} = 0$ $\frac{-v_{i-1} + v_{i+1}}{2h} = 0$
	$v = 0$ $M = -EJ\frac{d^2v}{dx^2} = 0$	$v_i = 0$ $-EJ\frac{v_{i-1} - 2v_i + v_{i+1}}{h^2} = 0$
	$\frac{dv}{dx} = 0$ $T = -EJ\frac{d^3v}{dx^3} = 0$	$\frac{-v_{i-1} + v_{i+1}}{2h} = 0$ $-EJ\frac{-v_{i-2} + 2v_{i-1} - 2v_{i+1} + v_{i+2}}{2h^3} = 0$
	$M = -EJ\frac{d^2v}{dx^2} = 0$ $T = -EJ\frac{d^3v}{dx^3} = 0$	$-EJ\frac{-v_{i-1} - 2v_i + v_{i+1}}{h^2} = 0$ $-EJ\frac{-v_{i-2} + 2v_{i-1} - 2v_{i+1} + v_{i+2}}{2h^3} = 0$

Element kratowy – układ lokalny

$$K = \frac{EA}{L}\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

Element kratowy – macierz transformacji

$$\mathrm{T} = \begin{bmatrix} c & s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c & s \end{bmatrix}$$

Element kratowy – wektor zastępnika

$$z = \begin{bmatrix} \frac{pL}{2} \\ \frac{pL}{2} \end{bmatrix}$$

Element kratowy – układ globalny

$$K = \frac{EA}{L}\begin{bmatrix} c^2 & cs & -c^2 & -cs \\ cs & s^2 & -cs & -s^2 \\ -c^2 & -cs & c^2 & cs \\ -cs & -s^2 & cs & s^2 \end{bmatrix}$$

Element belkowy – układ lokalny

$$\mathrm{K} = \frac{2EJ}{L^3}\begin{bmatrix} 6 & 3L & -6 & 3L \\ 3L & 2L^2 & -3L & L^2 \\ -6 & -3L & 6 & -3L \\ 3L & L^2 & -3L & 2L^2 \end{bmatrix}$$

Element belkowy – wektor zastępnika

$$z = \begin{bmatrix} \frac{qL}{2} \\ \frac{qL^2}{12} \\ \frac{qL}{2} \\ -\frac{qL^2}{12} \end{bmatrix}$$

Metoda elementów skończonych – płaski stan naprężenia element trójwęzłowy

Funkcje kształtu

Przemieszczenia

$u(x, y) = \mathrm{N}(x, y) \cdot \mathrm{d}$

gdzie:

$$N(x, y) = \begin{bmatrix} \mathrm{N_i} & 0 & \mathrm{N_j} & 0 & \mathrm{N_k} & 0 \\ 0 & \mathrm{N_i} & 0 & \mathrm{N_j} & 0 & \mathrm{N_k} \end{bmatrix}$$

Odkształcenia

$\epsilon(x, y) = \mathrm{B}(x, y) \ \cdot d$

gdzie:

$$\mathrm{B}(x, y) = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} & 0 & \frac{\partial \mathrm{N_j}}{\partial x} & 0 & \frac{\partial \mathrm{N_k}}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_i}{\partial y} & 0 & \frac{\partial \mathrm{N_j}}{\partial y} & 0 & \frac{\partial \mathrm{N_k}}{\partial y} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} & \frac{\partial N_i}{\partial x} & \frac{\partial \mathrm{N_j}}{\partial y} & \frac{\partial \mathrm{N_j}}{\partial x} & \frac{\partial \mathrm{N_k}}{\partial y} & \frac{\partial \mathrm{N_k}}{\partial x} \end{bmatrix}$$

Naprężenia

$\sigma(x, y) = D \cdot \epsilon(x, y)$

gdzie:

$$D = \frac{E}{1 - \nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1 - \nu}{2} \end{bmatrix}$$